

ĐÁP ÁN ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đáp án - thang điểm gồm 01 trang)

1	Tính $I = \int_1^{+\infty} \frac{2x}{x^4+1} dx$	2.0
	$I = \int_1^{+\infty} \frac{2x}{x^4+1} dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_1^b \frac{2x}{x^4+1} dx$	0.5
	Đặt $t = x^2, dt = 2xdx$ Đổi cận $x=1 \Rightarrow t=1$ $x=b \Rightarrow t=b^2$	0.5
	Khi đó $\int_1^b \frac{2x}{x^4+1} dx = \int_1^{b^2} \frac{1}{t^2+1} dt = \arctan b^2 - \frac{\pi}{4}$	0.5
	$I = \lim_{b \rightarrow +\infty} \left(\arctan b^2 - \frac{\pi}{4} \right) = \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\pi}{4}$	0.5
2		2.0
	PTTS (AB): $x=1+t, y=2+t, 0 \leq t \leq 1$	0.5
	$f(x(t), y(t)) = 6t^2 + 20t + 17,$ $x'(t) = 1, y'(t) = 1$	0.5
	$I = \int_0^1 (6t^2 + 20t + 17) \sqrt{1^2 + 1^2} dt$	0.5
	$= \sqrt{2} (2t^3 + 10t^2 + 17t) \Big _0^1 = 29\sqrt{2}$	0.5
3	$I = \int_{(C)} (2x+y)dx - xydy, (C)$ là đường gấp khúc OAB với $O(0,0), A(1,1)$ và $B(2,3)$	1.0
	$(OA): \begin{cases} x=t \\ y=t \end{cases}, 0 \leq t \leq 1$	0.25
	$(AB): \begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \end{cases}, 0 \leq t \leq 1$	0.25
	$\int_{(OA)} = \int_0^1 [(2t+t).1 - (t.t).1] dt$ $= \int_0^1 (3t - t^2) dt = \frac{7}{6}$	0.25
	$= \int_0^1 [(2(1+t)+1+2t).1 - (1+t)(1+2t).2] dt$	0.25

	$= \int_0^1 (1-2t-4t^2) dt = -\frac{4}{3}$	
	$I = \int_{(OA)} + \int_{(AB)} = \frac{7}{6} - \frac{4}{3} = -\frac{1}{6}$	0.25
4	$(x+1)ydx + (x-2)y^2dy = 0$ (1)	2.0
	Ta thấy: $x=2, y=0$ là nghiệm kỳ dị	0.5
	Khi $x \neq 2$ và $y \neq 0$ (1) $\Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{x-2} \right) dx + ydy = 0$	0.5
	$\Leftrightarrow \int \left(\frac{x+1}{x-2} \right) dx + \int ydy = C$	0.5
	$\Leftrightarrow x + 3 \ln x-2 + \frac{1}{2}y^2 = C$	0.5
5	$y'' - 4y' + 5y = 5x^2 - 3x$ (1)	3.0
	Nghiệm của (1): $y = y_0(x) + y_r(x)$	0.25
	Xét PT TN: $y'' - 4y' + 5y = 0$ (2)	
	PT đặc trưng: $k^2 - 4k + 5 = 0$ (3)	0.50
	có nghiệm phức $k_{1,2} = 2 \pm i$	
	$\Rightarrow y_0(x) = e^{2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$	0.50
	Vì $\alpha = 0$ không là nghiệm của (3) nên $s = 0$. Do đó	0.50
	$y_r(x) = Ax^2 + Bx + C$	
	$y_r'(x) = 2Ax + B, y_r''(x) = 2A$	0.50
	Thay $y_r(x), y_r'(x), y_r''(x)$ vào (1). Khi đó ta được: $A=1, B=1, C=\frac{2}{5}$	0.25
	$\Rightarrow y_r(x) = x^2 + x + \frac{2}{5}$	0.25
	Vậy nghiệm của (1) là: $y = e^{2x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x) + x^2 + x + \frac{2}{5}$	0.25